Guía de Ejercicios Nº 2: Juntura PN

Constante	Valor
q	$1{,}602 \times 10^{-19}$ C
m_0	$9{,}109 \times 10^{-31}$ kg
k	$1{,}381 \times 10^{-23}$ J/K $= 8{,}617 \times 10^{-5}$ eV K
h	$6{,}626 \times 10^{-34}$ J s $= 4{,}136 \times 10^{-15}$ eV s
ϵ_0	$8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m $= 88.5$ fF/cm $= 8{,}85 \cdot 10^{-14}$ F/cm
ϵ_r(Si)	11,7
ϵ_r(SiO_2)	3.9
T_{amb}	27 °C = 300 K

Cuadro 1: Datos útiles.

Parte I: Electrostática de la juntura PN

1. Considere una juntura PN de silicio a 300 K.
   a) Para $N_A = 10^{18}\,\text{cm}^{-3}$ y $N_D = 10^{15}\,\text{cm}^{-3}$ calcule el potencial de juntura (ϕ_B).
   b) Repita para $N_A = 10^{16}\,\text{cm}^{-3}$ y $N_D = 10^{15}\,\text{cm}^{-3}$.
   c) Entre los puntos a) y b) el valor de N_A se ha reducido en cien veces. ¿En qué porcentaje varió el potencial de juntura? ¿Qué conclusión puede obtener?

2. Considere una juntura PN de silicio a 300 K con $N_A = 10^{16}\,\text{cm}^{-3}$ y $N_D = 10^{15}\,\text{cm}^{-3}$. Calcule:
   a) El ancho de la zona de carga espacial.
   b) El valor del campo eléctrico máximo.

3. Considere la juntura PN de silicio a 300K del problema 2 con una tensión aplicada $V_{PN} = V_P - V_N$, donde V_P es la tensión aplicada al lado P y V_N la tensión aplicada al lado N. Calcular los siguientes parámetros cuando se tiene una polarización inversa de $V_{PN} = -5$ V:
   a) El ancho de la zona de carga espacial.
   b) El valor del campo eléctrico máximo.
   c) Repita los puntos anteriores considerando que ahora se encuentra polarizado en directa con una tensión $V_{PN} = 0.5$ V.
   d) Compare estos resultados con los del problema 2.

4. Considere una juntura PN de silicio a 300 K con $N_A = 10^{19}\,\text{cm}^{-3}$ y $N_D = 10^{17}\,\text{cm}^{-3}$.
   a) ¿Qué es la aproximación de vaciamiento? ¿Como sirve para obtener la distribución de carga en la juntura?
   b) Para la condición de equilibrio térmico, y bajo la aproximación de vaciamiento, realice los diagramas de
      I. concentración de dopantes N_A y N_D,
      II. concentración de portadores libres n_0 y p_0 (en escala lineal y semilogarítmica),
      III. densidad de carga neta ρ,
      IV. campo eléctrico,
      V. potencial electrostático.
   c) Repita el punto anterior para tensiones de inversa de -5 V y -10 V.

5. Considere una juntura PN en equilibrio térmico ($T = 300$K) con las siguientes características: $\phi_B = 536.2\,$mV; $x_n = 251\,$nm; $x_p = 2.51\,\mu$m. ¿Cuál son los valores de las concentraciones de impurezas?

6. Considere una juntura PN de silicio a 300K con $N_A = 10^{19}\,\text{cm}^{-3}$ y $N_D = 10^{17}\,\text{cm}^{-3}$. Si el campo eléctrico máximo admitido es $|E_{MAX}| = 5 \times 10^5\,$V/cm, ¿Cuál es el máximo valor de tensión en inversa admisible?

Parte II: Capacidad de juntura

7. Suponga que la juntura PN del problema 2 tiene un área de $A = 10^{-4}\,\text{cm}^2$. Calcule la capacidad de la juntura para una polarización inversa de $-5\,$V.

8. Para una juntura PN **simétrica** con $\phi_B = 0.9\,$V, calcular C'_{j0}, N_D y N_A.

9. Se conoce que la capacidad de una juntura P^+N es $C'_{j0} = 29\,\text{nF/cm}^2$ y que $\phi_B = 840\,$mV. Hallar ϕ_n, ϕ_p, N_A y N_D.

10. Dada una juntura P^+N de silicio a 300K. Asuma que la intersección de la curva de la Fig. 1 con el eje horizontal corresponde a un potencial de juntura de $0.855\,$V y que la pendiente de la recta es $-10^{15}\,(\text{F/cm}^2)^{-2}$/V. Calcule la concentración de impurezas N_A y N_D de la juntura.

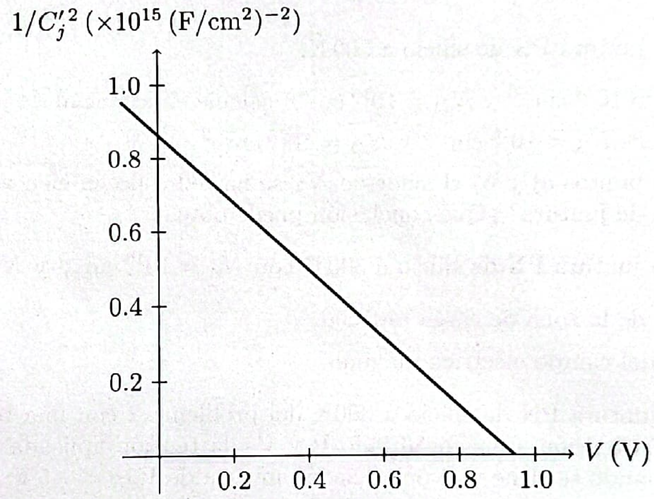


Figura 1

Parte III: Ejercicios integradores

11. Se tiene una juntura PN de silicio de la cual se conocen las conductividades de la zona N ($\sigma_N = 48\,\Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$) y zona P ($\sigma_P = 15{,}36 \times 10^{-3}\,\Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$), el campo eléctrico máximo $|E_0| = 6{,}7\,$kV/cm y ancho de la zona de vaciamiento $x_{d0} = 2{,}17\,\mu$m

   a) ¿La juntura es simétrica, asimétrica o fuertemente asimétrica? ¿Por que? Justificar y mencionar cualquier aproximación usada.

   b) Si la carga a ambos lados de la juntura es $7\,\text{nC/cm}^2$ en valor absoluto, hallar las movilidades de huecos y electrones a ambos lados de la juntura.

12. Considere una juntura PN de silicio a 300 K con una concentración de $N_A = 10^{18}\,\text{cm}^{-3}$.

   a) ¿Cuáles son los límites de ϕ_B para una Juntura PN? ¿Por qué?

   b) Teniendo en cuenta lo analizado en el punto anterior, determine la concentración N_D tal que para una tensión de inversa de $V_{PN} = -45\,$V el campo eléctrico máximo sea $|E_{MAX}| = 3 \times 10^5\,$V/cm.

c) Si se desea que el campo eléctrico máximo no supere el valor $|E_{MAX}| = 3 \times 10^5$ V/cm, conservando $N_A = 10^{18}\,\text{cm}^{-3}$, el valor de N_D hallado en el punto a) ¿es una cota máxima o una cota mínima de concentración de dopantes donores?

13. Se tiene una juntura P$^+$N donde se sabe que sin potencial aplicado, el máximo valor que alcanza el campo eléctrico es $|E_0| = 10\,\text{kV/cm}$ y que $N_D = 4.5 \times 10^{14}\,\text{cm}^{-3}$ ($T = 300\,\text{K}$).

a) ¿Cuál es la concentración N_A de la juntura?

b) Sabiendo que el $|E|$ de ruptura de silicio es $170\,k\text{V/cm}$, ¿cuál es el máximo valor de N_A que puede utilizarse en esta juntura?

c) Suponiendo ahora que $N_D = 10^{17}\,\text{cm}^{-3}$, ¿cuál es el máximo valor de N_A que puede utilizarse en esta nueva juntura? (Considerar juntura P$^+$N)

d) Explique la siguiente afirmación: "Dado que el valor de ϕ_B es siempre aproximadamente 1 V, mayores concentraciones de dopantes implicarán menores valores de x_p y x_n y en consiguiente obtener la misma diferencia de potencial en menor distancia implicará necesariamente un mayor valor de campo eléctrico en la juntura".

X 14. De una juntura muy asimétrica PN$^+$ con area A = 0.5 mm, se tienen las siguientes mediciones de capacidad en polarización inversa:

V_{PN} [V]	C_j [pF]
-1	3.6
-2	2.6
-3	2.4

a) ¿Por qué disminuye el valor de la capacidad a medida que aumenta la tensión inversa aplicada?

b) Obtenga las concentraciones de impurezas N_A y N_D y el potencial de built-in (ϕ_B).

15. Diseñe una juntura PN de silicio con un área de $A = 5.5\times10^{-4}\,\text{cm}^2$ tal que a 300K y para una polarización inversa de $V_{PN} = -1.2\,\text{V}$ verifique que el 10 % del total de la zona de carga espacial esté en la región N, y que su capacidad de juntura sea $3.5\,pF$.

a) Determine las concentraciones N_D y N_A necesarias.

b) Determine el potencial de juntura resultante.

Guía N°2: Juntura PN

- Parte I: Electrostática de la juntura PN

1. a) En equilibrio térmico, es posible obtener el potencial mediante la relación de Boltzmann, tal que:

en QNR-P: $p_o = Na \Rightarrow \phi_p = -\frac{KT}{q} \ln \frac{Na}{n_i}$

en QNR-N: $n_o = Nd \Rightarrow \phi_n = \frac{KT}{q} \ln \frac{Nd}{n_i}$

A lo cual, se llega a que el potencial de juntura ϕ_B vale:

$$\phi_B = \phi_n - \phi_p = \frac{KT}{q} \ln \frac{Na\,Nd}{n_i^2}$$

$n_{i\,Si} = 6{,}822 \cdot 10^{9}\,cm^{-3}$

*esta es una expresión general, para la cual no se empleó la aproximación de vaciamiento.

$$\phi_B = \frac{1{,}381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 300K}{1{,}602 \cdot 10^{-19} C} \cdot \ln\left(\frac{10^{18} cm^{-3} \cdot 10^{15} cm^{-3}}{(6{,}822 \cdot 10^{9} cm^{-3})^2}\right)$$

$$\boxed{\phi_B = 0{,}7939V \approx 800\,mV}$$

*recordar $\frac{J_{oule}}{C_{oulomb}} = V_{olt}$

b) $$\phi_B = \frac{1{,}381 \cdot 10^{-23} J/K \cdot 300K}{1{,}602 \cdot 10^{-19} C} \cdot \ln\left(\frac{10^{16} cm^{-3} \cdot 10^{15} cm^{-3}}{(6{,}822 \cdot 10^{9} cm^{-3})^2}\right)$$

$$\boxed{\phi_B = 0{,}6748V \approx 675\,mV}$$

Para calcular el porcentaje de variación

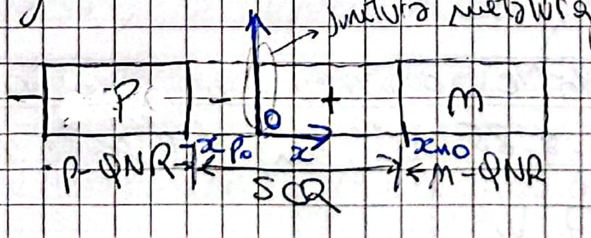
$$\text{Variación} = \left| \frac{\text{Valor nuevo} - \text{Valor viejo}}{\text{Valor viejo}} \right| \cdot 100\,\%$$

Entonces:

$$\text{Variación} = \left| \frac{0{,}6748\,V - 0{,}7939\,V}{0{,}7939\,V} \right| \cdot 100\,\% = \boxed{15\,\%}$$

El potencial de juntura varió un 15 %, esto se debe a que disminuyó la concentración de aceptores con respecto a su concentración original, por lo que el potencial ϕ_P, que depende del dopaje N_A disminuye. Entonces, la diferencia de potencial con respecto a ϕ_m será menor, puesto que no se mantiene constante.

2. (a) En una juntura PN en equilibrio hay una región de carga espacial rodeada por dos regiones cuasi-neutrales, lo que genera un potencial de juntura en una juntura PN.



Para obtener x_{n0} y x_{p0} (notar que en el sistema de referencia tomé x_{p0} como positivo y le agregó un menos)

$$x_{n0} = \sqrt{\frac{2 \epsilon_s \phi_B N_a}{q (N_a + N_d) N_d}} \qquad x_{p0} = \sqrt{\frac{2 \epsilon_s \phi_B N_d}{q (N_a + N_d) N_a}}$$

$$* \; F = \frac{C}{V}$$

El ancho total de la región de carga espacial es:

$$x_{d0} = x_{n0} + x_{p0} = \sqrt{\frac{2 \epsilon_s \phi_B (N_a + N_d)}{q N_a N_d}}$$

ϕ_B fue calculada en el 1. b.

$$x_{d0} = \sqrt{\frac{2 \cdot 11{,}7 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \, F/m \cdot 0{,}6748 V (10^{16} cm^{-3} + 10^{15} cm^{-3})}{1{,}602 \cdot 10^{-19} C \quad 10^{16} cm^{-3} \quad 10^{15} cm^{-3}}}$$

$$\boxed{x_{d0} = 9{,}7956 \cdot 10^{-3} cm}$$

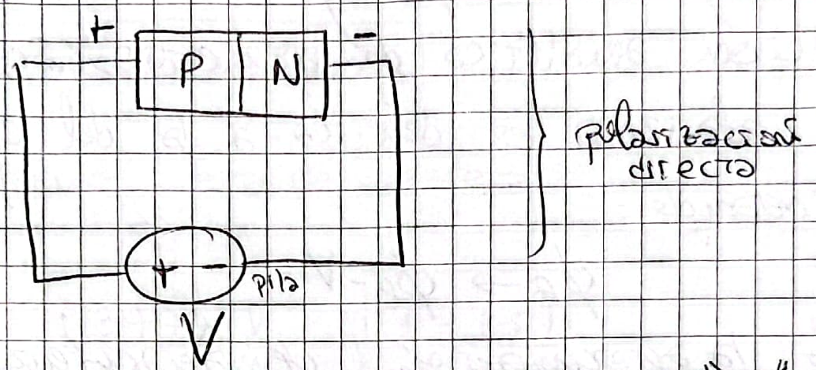
(b) El campo eléctrico es máximo en la juntura metalúrgica y se calcula como:

$$|E_0| = \sqrt{\frac{2 q \phi_B N_a N_d}{\epsilon_s (N_a + N_d)}}$$

$$|E_0| = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} C \cdot 0{,}6748 V \quad 10^{16} \cdot 10^{15} cm^{-3} \, \cancel{cm^{-3}}}{11{,}7 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \, F/m \cdot (10^{16} \cancel{cm^{-3}} + 10^{15} \cancel{cm^{-3}})}} \quad \cdot \frac{cm^3}{10^{-6} m^3}$$

$$\boxed{|E_0| = 1{,}3777 \, V/m}$$

3. a) Convención de signo para la tensión de polarización de la juntura PN



En polarización directa $V>0$ y "p" está del lado positivo y "n" del lado negativo.
En polarización inversa $V<0$ y "p" está del lado negativo y "n" del lado positivo.

Al aplicar una diferencia de potencial entre los bornes de la zona desierta (o SCR):

- en equilibrio: ϕ_B
- en polarización directa: $\phi_B - V < \phi_B$
- en polarización inversa: $\phi_B - V > \phi_B$ (ya que $V<0$)

En directa, la diferencia de potencial en la zona desierta disminuye, entonces $|E|$ disminuye y, por lo tanto, x_d disminuye.
En inversa, la diferencia de potencial en la zona desierta aumenta, entonces $|E|$ aumenta y x_d aumenta.

Cualitativamente, la electrostática de la juntura PN polarizada no se modifica cualitativamente respecto del equilibrio térmico. Se modifica

el dipolo de carga en la zona desértica (SCR) de modo de compensar el potencial forzado externamente.
De todo esto, se concluye que:
La formulación analítica de la electrostática de la juntura PN polarizada es idéntica a la del equilibrio térmico, pero considerando:

$$\phi_B \to \phi_B - V$$

Utilizando la aproximación de vaciamiento:

$$x_n(V) = \sqrt{\frac{2\epsilon_s(\phi_B - V)N_a}{q(N_a+N_d)N_d}} \qquad x_p(V) = \sqrt{\frac{2\epsilon_s(\phi_B - V)N_d}{q(N_a+N_d)N_a}}$$

$$x_d(V) = \sqrt{\frac{2\epsilon_s(\phi_B - V)(N_a+N_d)}{q N_a N_d}} = x_n + x_p$$

$$|E|(V) = \sqrt{\frac{2q(\phi_B - V)N_a N_d}{\epsilon_s(N_a+N_d)}}$$

* también se puede reescribir en función de los valores sin tensión V aplicada:

$$x_n(V) = x_{n0}\sqrt{1-\frac{V}{\phi_B}} \qquad x_p(V) = x_{p0}\sqrt{1-\frac{V}{\phi_B}}$$

$$x_d(V) = x_{d0}\sqrt{1-\frac{V}{\phi_B}} \qquad |E|(V) = |E_0|\sqrt{1-\frac{V}{\phi_B}}$$

Entonces, con los resultados del problema 2:

$$x_d(-5V) = 9{,}7956 \cdot 10^{-3}\,cm \cdot \sqrt{1 - \frac{(-5)}{0{,}6748}}$$

$$\boxed{x_d(-5V) = 0{,}0284\,cm}$$

Aumento, como era de esperarse.

b)

$$|E|(-5V) = 1{,}3777\,\frac{V}{m} \cdot \sqrt{1 - \frac{(-5)}{0{,}6748}}$$

$$\boxed{|E|(-5V) = 3{,}995\,V/m}$$

c) El procedimiento es similar

$$x_d(0{,}5) = 9{,}7956 \cdot 10^{-3}\,cm\,\sqrt{1 - \frac{(0{,}5)}{0{,}6748}}$$

$$\boxed{x_d = 4{,}9855 \cdot 10^{-3}\,cm}$$

$$|E|(0{,}5) = 1{,}3777\,\frac{V}{m}\,\sqrt{1 - \frac{(0{,}5)}{0{,}6748}}$$

$$\boxed{|E|(0{,}5) = 0{,}7011\,V/m}$$

d) Se realizó una explicación detallada en el punto (a), aunque como puede observarse, en inversa aumentan los valores y en directa disminuyen. Se modifica el dipolo de carga en la zona desierta (SCR) a modo de compensar el potencial forzado externamente.

entonces, con los resultados del problema 2:

$$x_d(-5V) = 9{,}7956 \cdot 10^{-3}\,cm \cdot \sqrt{1 - \frac{(-5)}{0{,}6748}}$$

$$\boxed{x_d(-5V) = 0{,}0284\,cm}$$

Aumentó, como era de esperarse.

b)

$$|E|(-5V) = 1{,}3777\,\frac{V}{m} \cdot \sqrt{1 - \frac{(-5)}{0{,}6748}}$$

$$\boxed{|E|(-5V) = 3{,}995\,V/m}$$

c) El procedimiento es similar

$$x_d(0{,}5) = 9{,}7956 \cdot 10^{-3}\,cm\,\sqrt{1 - \frac{(0{,}5)}{0{,}6748}}$$

$$\boxed{x_d = 4{,}9855 \cdot 10^{-3}\,cm}$$

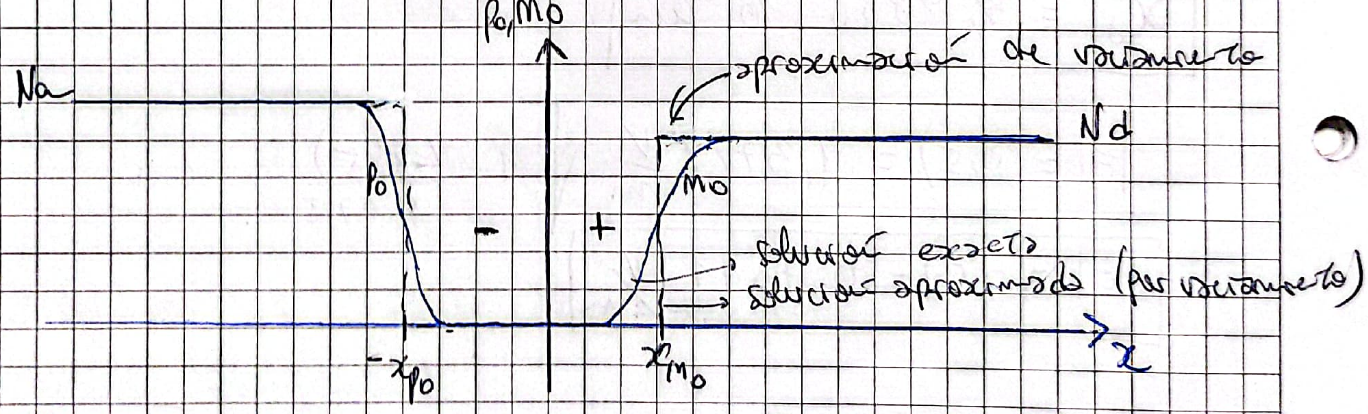
$$|E|(0{,}5) = 1{,}3777\,\frac{V}{m}\,\sqrt{1 - \frac{(0{,}5)}{0{,}6748}}$$

$$\boxed{|E|(0{,}5) = 0{,}7011\,V/m}$$

d) Se realizó una explicación detallada en el punto (a), aunque como puede de observarse, en inversa aumentan los valores y en directa disminuyen. Se modificó el dipolo de carga en la zona desierta (SCR) a modo de compensar el potencial forzado externamente.

1. (a) La aproximación de vaciamiento consiste en suponer que la práctica totalidad de la carga existente en la zona SCR es debida a impurezas ionizadas no compensadas, consiste en despreciar la carga debida a los portadores móviles / libres ya que sus concentraciones son mucho menores que el dopaje.

- Se asume que las QNR's tienen neutralidad de carga.
- Se asume que las SCR están vacías de portadores (regiones de vaciamiento)
- La transición entre SCR y QNR's es abrupta (se debe calcular dónde colocar $-x_{p0}$ y x_{n0}).



Entonces:

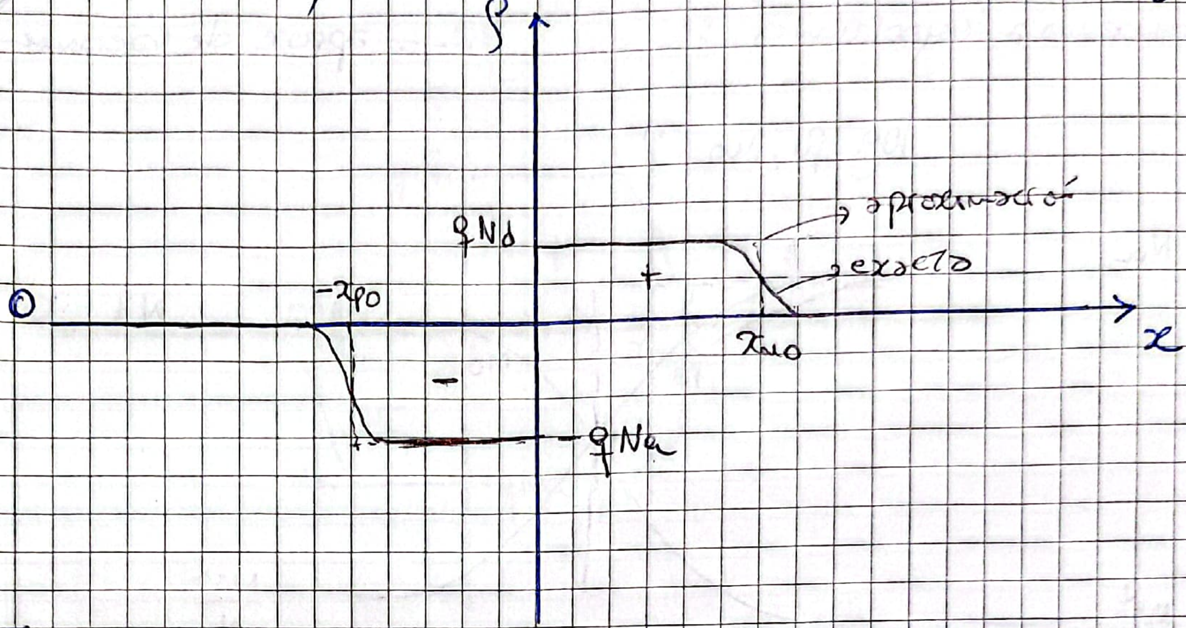
$x < -x_{p0} \Rightarrow p_0(x) = N_a, \; n_0(x) = \frac{n_i^2}{N_a}$

$-x_{p0} < x < 0 \Rightarrow p_0(x), n_0(x) \ll N_a$

$0 < x < x_{n0} \Rightarrow n_0(x), p_0(x) \ll N_d$

$x_{n0} < x \Rightarrow n_0(x) = N_d, \; p_0(x) = \frac{n_i^2}{N_d}$

(5) Finalmente, para obtener la densidad de carga espacial:



Entonces:

$\rho(x) = 0$ si $x < -x_{p0}$

$\rho(x) = -qN_a$ si $-x_{p0} < x < 0$

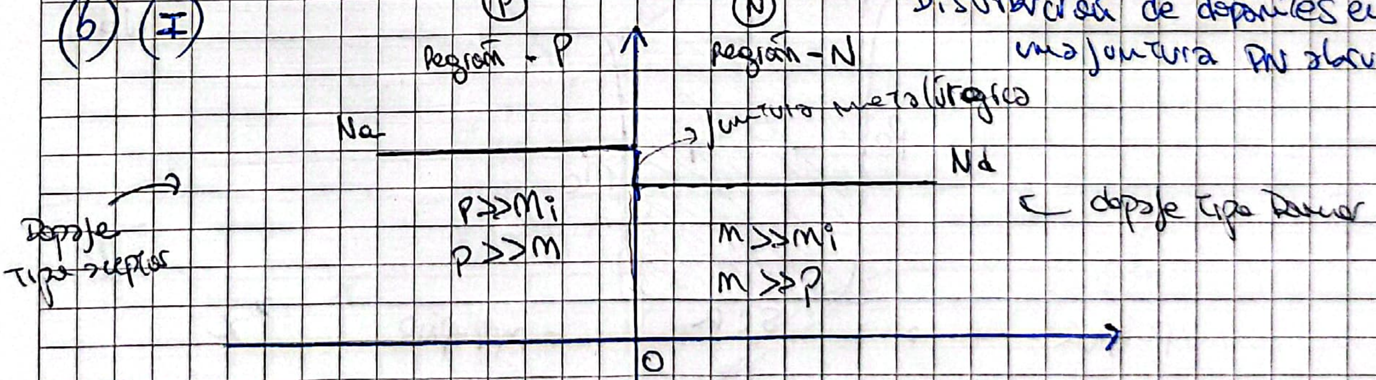
$\rho(x) = qN_d$ si $0 < x < x_{n0}$

$\rho(x) = 0$ si $x_{n0} < x$

---

(6) (I)

Distribución de dopantes en una juntura PN abrupta

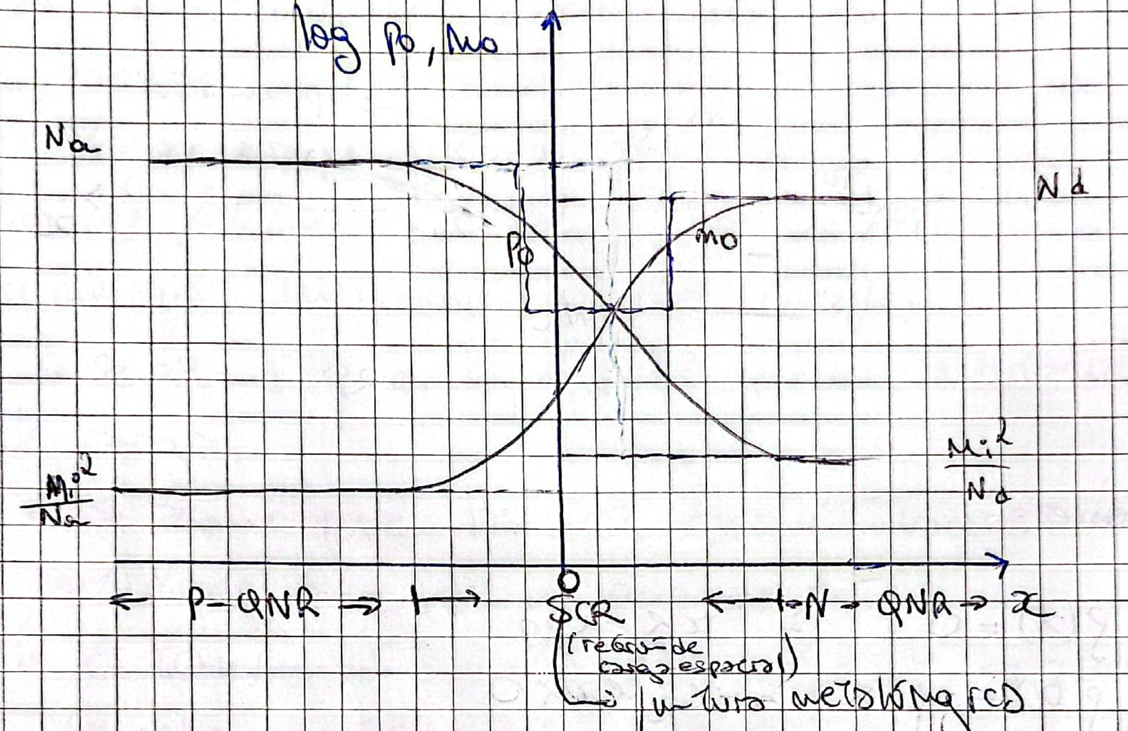


Mayoritarios	p	n
Minoritarios	n	p

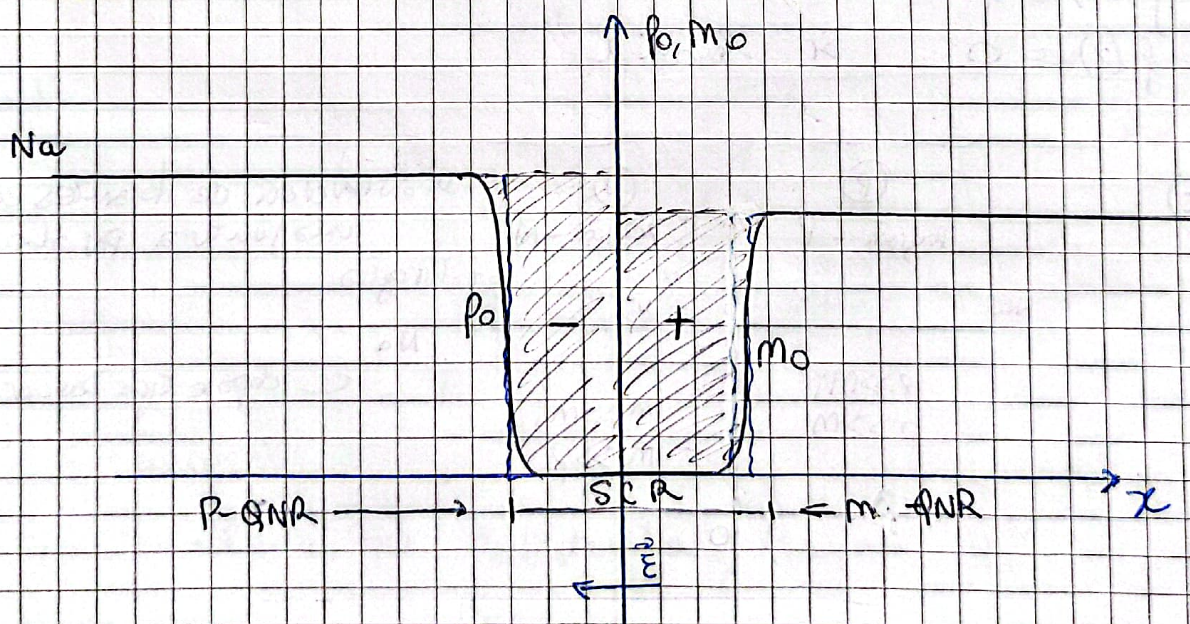
--- aprox.

II. Distribución de portadores en equilibrio térmico

En escala logarítmica: --- aprox de vaciamiento

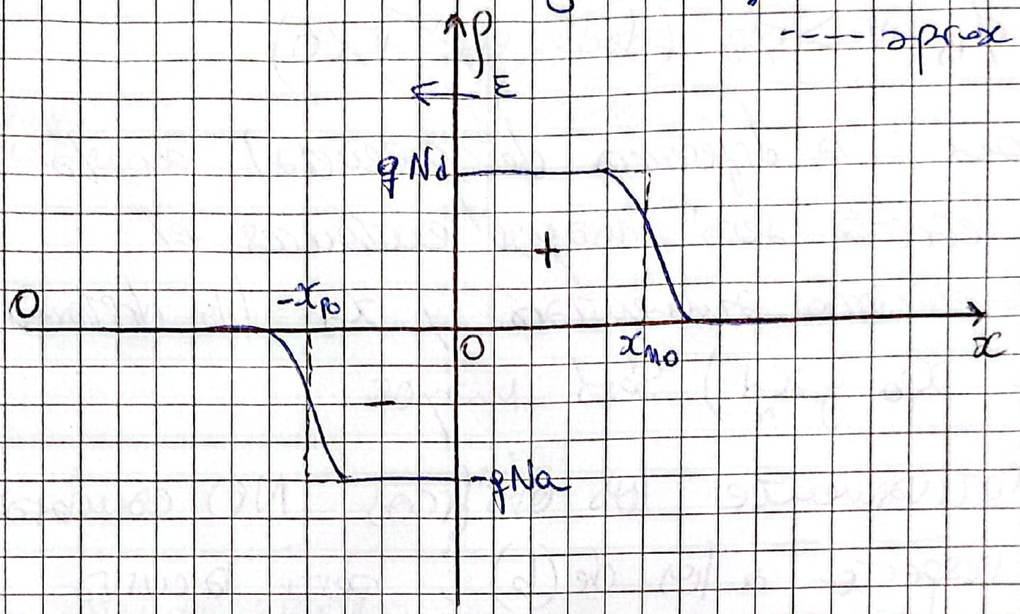


En escala lineal:



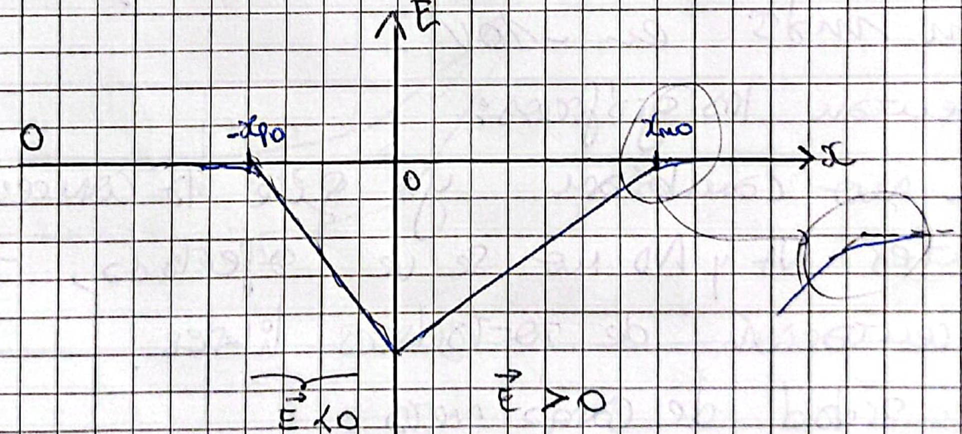
III. Densidad de carga neta ρ

--- aprox de vaciamiento

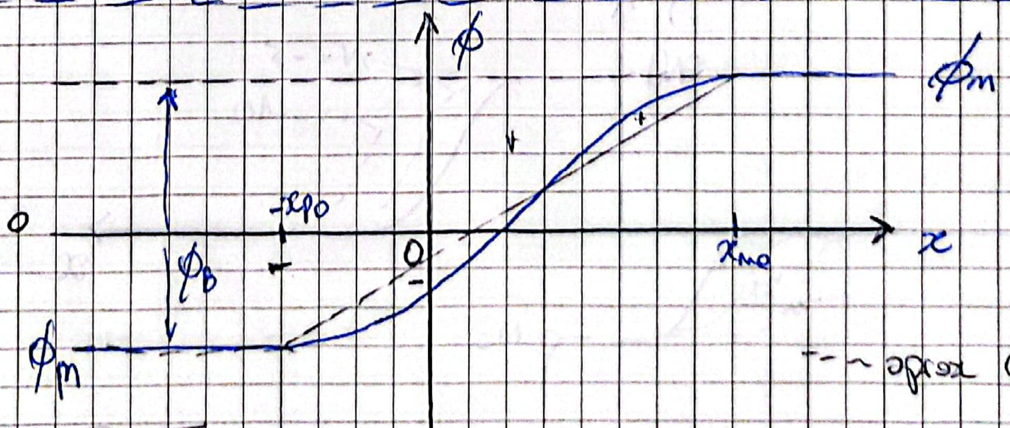


IV.

--- aprox de vaciamiento



V.



--- aprox de vaciamiento

no hay campo eléctrico, no cambia el potencial

no hay campo eléctrico, no cambia el potencial.

c) En polarización inversa

$$\phi_B - V > \phi_B \text{ (dado que } V < 0)$$

Por lo que la diferencia de potencial en la zona desierta será mayor entonces el campo eléctrico aumentará y x_d (la distancia entre x_p y x_n) será mayor.

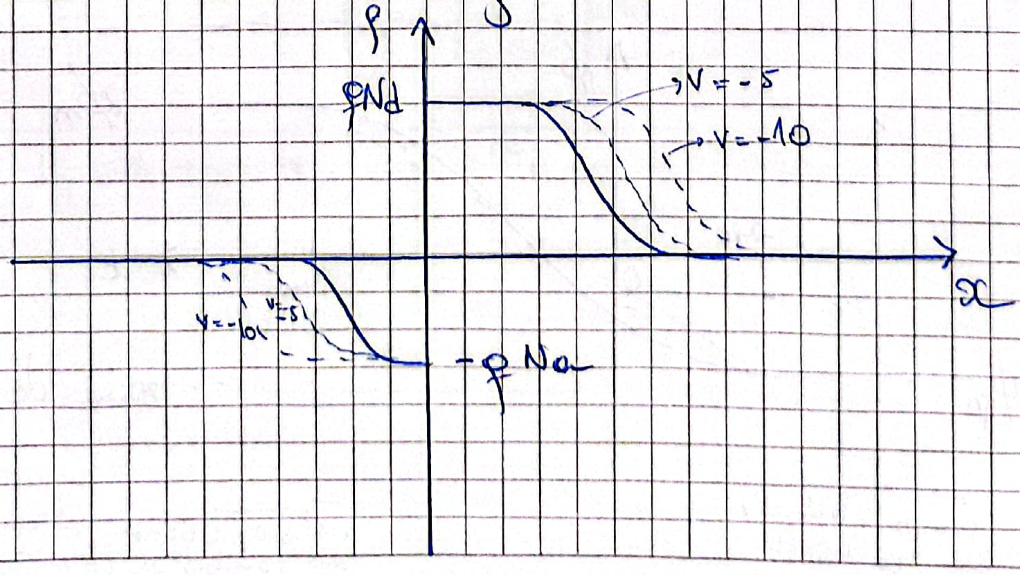
Cualitativamente los gráficos NO cambiarán con respecto a los de (b), pero la curva se desplazará hacia la zona de crecimiento de la variable.

Dado que $-10V < -5V$, se desplazará aún más en $-10V$.

Se presentan los gráficos:

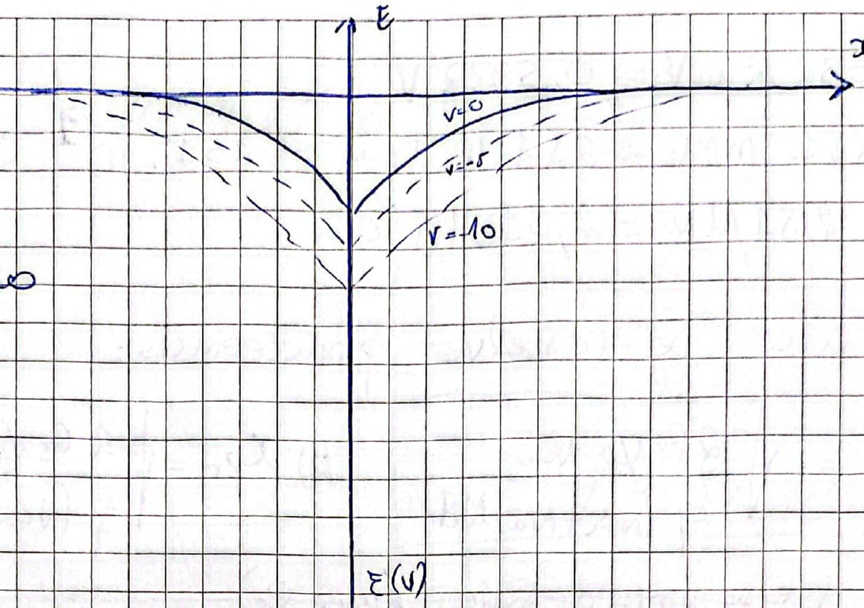
I y II no cambiarán ya que la concentración de dopantes N_A y N_D no se ve afectada, tampoco la concentración de portadores libres.

III. Densidad de carga neta

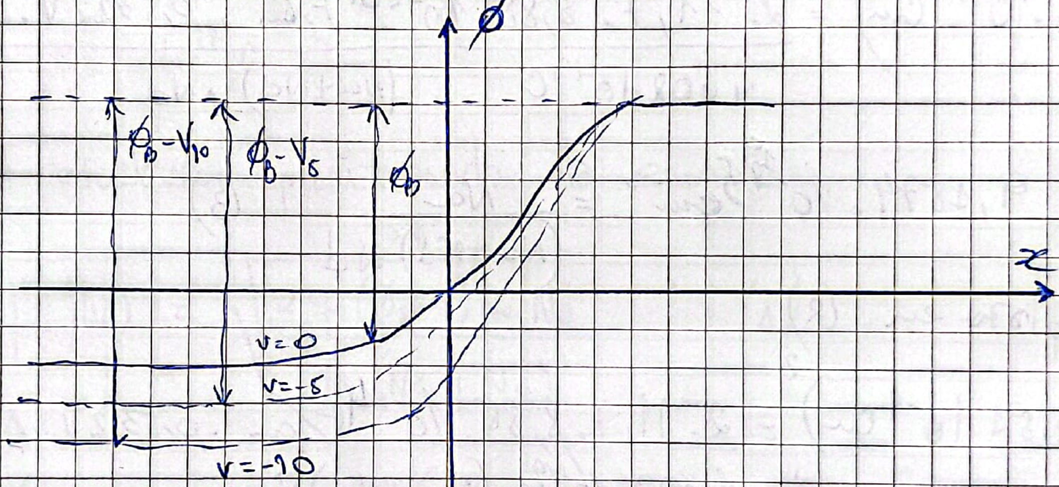


IV.

CAMPO ELÉCTRICO



V. POTENCIAL ELECTROSTÁTICO



5. $\phi_B = 532,2\ mV = 0,5322\ V$

$x_n = 251\ nm = 251.10^{-9}\ m = 251.10^{-7}\ cm = 2,51.10^{-5}\ cm$

$x_p = 2,51\ \mu m = 2,51.10^{-4}\ cm$

Este ejercicio se resuelve planteando:

(1) $x_{no} = \sqrt{\dfrac{2\epsilon_s \phi_B\ Na}{q\ (Na+Nd)\ Nd}}$ (2) $x_{po} = \sqrt{\dfrac{2\epsilon_s \phi_B\ Nd}{q\ (Na+Nd)\ Na}}$

* supongo que se trata de silicio (para ϵ_s)

reemplazo en (1)

$$\left(2,51.10^{-5}\ cm\right)^2 = \frac{2.\ 11,7.\ 8,85.10^{-14}\ F/cm\ .\ 0,5322\ V.\ Na}{1,602.10^{-19}\ C\ \ (Na+Nd).Nd}$$

$$9,1574.10^{-19}\ cm^{-3} = \frac{Na}{(Na+Nd)\ Nd} \quad (3)$$

reemplazo en (2)

$$\left(2,51.10^{-4}\ cm\right)^2 = \frac{2.\ 11,7.\ 8,85.10^{-14}\ F/cm\ .\ 0,5322\ V.\ Nd}{1,602.10^{-19}\ C\ (Na+Nd)\ Na}$$

$$9,1574.10^{-19}\ cm^{3} = \frac{Nd}{(Na+Nd)\ Na} \quad (4)$$

Divido (3) por (4)

$$0,01 = \frac{Na^2\ \cancel{(Na+Nd)}}{Nd^2\ \cancel{(Na+Nd)}}$$

$$0,01\ Nd^2 = Na^2 \Rightarrow 0,1\ Nd = Na$$ → toma valores positivos

Despejo de (4)

$$9{,}1574 \cdot 10^{-19}\ cm^{3} = \frac{\cancel{Nd}}{(0{,}1\,Nd + Nd)\ 0{,}1\,\cancel{Nd}}$$

$$1{,}1\,Nd = \frac{10}{9{,}1574 \cdot 10^{-19}\ cm^{3}}$$

$$\boxed{Nd = 9{,}9273 \cdot 10^{18}\ cm^{-3}}$$

$$\boxed{Na = 9{,}9273 \cdot 10^{17}\ cm^{-3}}$$

---

6. $T = 300K$ Silicio

$N_A = 10^{19}\ cm^{-3}$

$N_D = 10^{17}\ cm^{-3}$

Se resuelve planteando la ecuación

$$|\mathcal{E}|(V) = \sqrt{\frac{2q(\phi_B - V)\,Na\,Nd}{\epsilon_s\,(Na + Nd)}} \qquad (1)$$

$$\phi_B = \frac{K\,T}{q} \ln\left(\frac{Na\,Nd}{n_i^{2}}\right)$$

$$n_i = 6{,}822 \cdot 10^{9}\ cm^{-3}$$

$$K = 1{,}381 \cdot 10^{-23}\ \frac{J}{K}$$

$$\phi_B = \frac{1{,}381 \cdot 10^{-23}\ J/K \cdot 300K}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ C} \ln\left(\frac{10^{19}\ cm^{-3}\ 10^{17}\ cm^{-3}}{(6{,}822 \cdot 10^{9}\ cm^{-3})^{2}}\right)$$

$$\phi_B = 0{,}9725\ V \qquad (2)$$

resuelvo (1) con (2) y V_{100}.

$$|E_{max}| = 5 \cdot 10^5 \, V/cm \geq \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} C \, (0{,}9725\, V - V) \, \cancel{10^{19}} \cdot 10^{17} \, cm^{-6}}{11{,}7 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14} F/cm \cdot (10^{19} cm^{-3} + 10^{17} cm^{-3})}}$$

$$\boxed{-8{,}16 \cdot 10^{2} \, V/cm < V < 0}$$

notar que dió negativo como en inverso

- Parte II: Capacidad de juntura

7. Modificar la tensión aplicada externamente a la juntura PN modula el ancho total de la zona de vaciamiento. Dicha variación genera una variación en la densidad de carga y por ende puede asociarse a una capacidad.

Se produce un cambio en ΔV entre los bdos de la juntura:

$\Rightarrow$ Cambio de ΔQ_j en $-x_p$

$\Rightarrow$ Cambio de $-\Delta Q_j$ en x_n

Entonces, se define la capacidad de juntura por unidad de área (usando aprox. de vaciamiento):

$$[C_j'] = \frac{F}{cm^2}$$

$$C_j'(V) = \frac{\epsilon_s}{x_d(V)} = \sqrt{\frac{q \, \epsilon_s N_a N_d}{2(\phi_B - V)(N_a + N_d)}} = \frac{C_{j0}'}{\sqrt{1 - \frac{V}{\phi_B}}}$$

A mayor tensión aplicada aumenta la capacidad y viceversa.

$$C_j'(V) = \frac{\epsilon_s}{x_d(V)} = \sqrt{\frac{q\epsilon_s N_a N_d}{2(\phi_B - V)(N_a + N_d)}} = \frac{C_{j0}'}{\sqrt{1 - \frac{V}{\phi_B}}}$$

conociendo el área A de la juntura, la capacidad es:

$[C_j] = F$, $\quad C_j(V) = A \cdot C_j'(V)$ $\quad \Big\{$ es proporcional al área de la juntura.

C_j depende de la tensión de polarización aplicada (porque x_d depende) y del dopaje (si N_a, N_d aumentan, entonces C_j aumenta).

Entonces, con respecto al ejercicio:

$A = 10^{-4}\,cm^2$

$V = -5\,V$

$N_a = 10^{16}\,cm^{-3}$

$N_d = 10^{15}\,cm^{-3}$

$\phi_B = 0,6748\,V$

$$C_j'(-5V) = \sqrt{\frac{1,602 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 10^{16}\,cm^{-3}\, 10^{15}\,cm^{-3} \cdot 11,7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14}\,F/cm}{2\,(0,6748\,V - (-5V))\,(10^{16}\,cm^{-3} + 10^{15}\,cm^{-3})}}$$

$$C_j'(-5V) = 3,6450 \cdot 10^{-9}\,\frac{F}{cm^2}$$

Entonces

$$C_j(-5V) = 10^{-4}\,cm^2 \cdot 3,6450 \cdot 10^{-9}\,\frac{F}{cm^2}$$

$$\boxed{C_j(-5V) = 3,6450 \cdot 10^{-13}\,F}$$

8. En una juntura PN simétrica $N_a = N_d \Rightarrow x_{p0} = x_{n0}$

$\phi_B = 0,9V$

Supongo que el material es silicio.

$$\phi_B = \frac{KT}{q} \ln\left(\frac{N_a N_d}{n_i^2}\right)$$

$$0,9V = \frac{1,381 \cdot 10^{-23} J/K \cdot 300K}{1,602 \cdot 10^{-19} C} \ln\left(\frac{N_a^2}{(6,822 \cdot 10^{9} cm^{-3})^2}\right)$$

$$\boxed{2,4593 \cdot 10^{17} cm^{-3} = N_a = N_d}$$

$$C_j'(V) = \sqrt{\frac{q\, \epsilon_s\, N_a N_d}{2(\phi_B - V)(N_a + N_d)}} \quad \text{si } V=0 \Rightarrow C_{j0}' = \sqrt{\frac{q\, \epsilon_s\, N_a N_d}{2\, \phi_B\, (N_a + N_d)}}$$

$$C_{j0}' = \sqrt{\frac{1,602 \cdot 10^{-19} C \cdot 11,7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14} F/cm \cdot (2,4593 \cdot 10^{17} cm^{-3})^{\cancel{2}}}{2 \cdot 0,9V \cdot (\cancel{2,4593 \cdot 10^{17} cm^{-3}} \cdot 2)}}$$

$$\boxed{C_{j0}' = 1,0645 \cdot 10^{-4} \frac{F}{cm^2}}$$

9. Una juntura P^+N significa que el lado P está mucho más dopado que el lado N, es decir es una juntura muy asimétrica.

Por lo tanto, $N_A \gg N_D$.

En una juntura muy asimétrica, la capacidad está dominada por el lado menos dopado, es decir que:

$$C_j'(V) = \sqrt{\frac{q\,\varepsilon_s N_d}{2(\phi_B - V)}}$$

Dado que:

$$C_j'(0) = C_{j0}' = \sqrt{\frac{q\,\varepsilon_s N_d}{2\,\phi_B}}$$

reemplazo con los datos:

$$29 \cdot 10^{-9} \frac{F}{cm^2} = \sqrt{\frac{1{,}602 \cdot 10^{-19} C \cdot 11{,}7 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14} \frac{F}{cm} N_d}{2 \cdot 0{,}840 V}}$$

$$\boxed{8{,}5175 \cdot 10^{15} cm^{-3} = N_d}$$

Dado que:

$$\phi_B = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

$$0{,}840 V = \frac{1{,}381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 300 K}{1{,}602 \cdot 10^{-19} C} \ln \left(\frac{N_a \cdot 8{,}5175 \cdot 10^{11} cm^{-3}}{(6{,}822 \cdot 10^{9} cm^{-3})^2} \right)$$

$$\boxed{N_a = 6{,}9782 \cdot 10^{22} cm^{-3}}$$

$N_a \gg N_d$ el resultado es coherente.

Finalmente:

$$\phi_p = -\frac{KT}{q} \ln \frac{Na}{n_i} = -\frac{1{,}381 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K} \cdot 300\mathrm{K}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}} \cdot \ln\left(\frac{6{,}9782 \cdot 10^{21}}{6{,}822 \cdot 10^{9}}\right)$$

$$\boxed{\phi_p = -0{,}7151\mathrm{V} = -715{,}1\mathrm{mV}}$$

$$\phi_n = \frac{KT}{q} \ln \frac{Nd}{n_i} = \frac{1{,}381 \cdot 10^{-23} \cdot 300\mathrm{K}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}} \ln\left(\frac{8{,}5175 \cdot 10^{11}}{6{,}822 \cdot 10^{9}}\right)$$

$$\boxed{\phi_n = 0{,}1248\mathrm{V} = 124{,}8\mathrm{mV}}$$

---

10. Nuevamente, al ser una juntura P^+N muy asimétrica $Na \gg Nd$

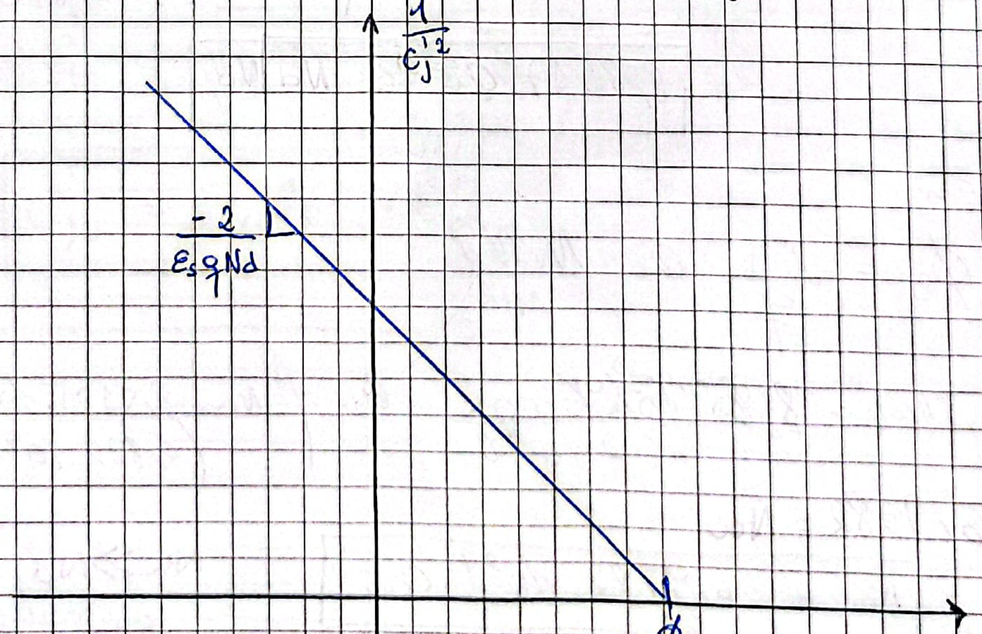
$T = 300\mathrm{K}$

$$\frac{1}{C'^2_j} \simeq \frac{2(\phi_B - V)}{q\,\varepsilon_s\,Nd}$$

$\phi_B = 0{,}855\mathrm{V}$ lo deduzco porque corta el eje horizontal si $V = \phi_B \Rightarrow \frac{1}{C'^2_j} = 0$

$m := \text{pendiente} = -10^{15} \dfrac{(\mathrm{F/cm^2})^{-2}}{\mathrm{V}}$

El gráfico se puede ver de la siguiente manera:



La pendiente vale:

$$m = \frac{-2}{\varepsilon_s\, q\, N_d} = -10^{15} \frac{\left(F/cm^2\right)^{-2}}{V}$$

Es decir:

$$\frac{-2}{11{,}7 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14}\, F/cm \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} C\, N_d} = -10^{15} \frac{\left(F/cm^2\right)^{-2}}{V}$$

$$\boxed{N_d = 1{,}2056 \cdot 10^{12}\, cm^{-3}}$$

Para obtener N_a:

$$\phi_B = \frac{KT}{q} \ln\left(\frac{N_a N_d}{n_i^2}\right)$$

reemplazando con los datos:

$$0{,}855\, V = \frac{1{,}381 \cdot 10^{-23}\, J/K \cdot 300 K}{1{,}602 \cdot 10^{-19} C} \ln\left(\frac{1{,}2056 \cdot 10^{12}\, N_a}{(6{,}822 \cdot 10^{9} cm^{-3})^2}\right)$$

$$\boxed{N_a = 8{,}8055 \cdot 10^{21}\, cm^{-3}}$$

• Parte III : Integradores

11. a) Paso los conductividades a resistividades tal que

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

(DOPAJE DONOR N_D) $\rho_N = \frac{1}{48}\ \Omega cm \approx 0,020833\ \Omega cm = 2,0833 \cdot 10^{-2}\ \Omega cm$

(DOPAJE ACEPTOR N_A) $\rho_P = \frac{1}{15,36 \cdot 10^{-3}}\ \Omega cm = \frac{3125}{48}\ \Omega cm \approx 65,1041\ \Omega cm$

Las conductividades son muy diferentes entre sí, observando el gráfico de resistividad en función de dopaje se pueden deducir que:

$N_A = 2 \cdot 10^{14}\ cm^{-3}$; $N_D = 4 \cdot 10^{18}\ cm^{-3}$

Dado que la diferencia entre ambos es mayor a orden 2, entonces puede afirmarse que la juntura es fuertemente asimétrica. Se aproximó mediante el gráfico de resistividad y densidad de dopantes.

Esta es una forma de resolver el ejercicio, pero otra manera es planteando las ecuaciones y despejando

$$\phi_B = \frac{KT}{q} \ln\left(\frac{N_a N_d}{(n_i)^2}\right) \quad (1)$$

$$x_{do} = \sqrt{\frac{2 \epsilon_s \phi_B (Na + Nd)}{q\ Na\ Nd}} \quad (2)$$

$$|E_o| = \sqrt{\frac{2 q \phi_B Na\ Nd}{\epsilon_s\ (Na + Nd)}} \quad (3)$$

Desarrollo (2):

$$2{,}17 \cdot 10^{-4}\ cm = \sqrt{\frac{2 \cdot 11{,}7 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14} F/cm\ \phi_B (Na + Nd)}{1{,}602 \cdot 10^{-19} C \quad Na \cdot Nd}}$$

$$3{,}6426 \cdot 10^{-15} = \phi_B \frac{(Na + Nd)}{Na \cdot Nd} \quad (4)$$

Desarrollo (3)

$$6{,}7 \cdot 10^{3}\ V/cm = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} C \cdot \phi_B\ Na\ Nd}{11{,}7 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14} F/cm\ (Na + Nd)}}$$

$$1{,}4507 \cdot 10^{14} = \phi_B \frac{Na\ Nd}{(Na + Nd)}$$

$$Na + Nd = \phi_B \frac{Na\ Nd}{1{,}4507 \cdot 10^{14}} \quad (5)$$

Reemplazo en (4)

$$3{,}6426 \cdot 10^{-15} = \phi_B \cdot \phi_B \frac{\cancel{Na\ Nd}}{1{,}4507 \cdot 10^{14} \cancel{(Na\ Nd)}}$$

$$0{,}5284 = \phi_B^{2} \Rightarrow \boxed{\phi_B = 0{,}72695\ V} > 0 \ (6)$$

Debe ser positivo!

Asamblea

Reemplazo (6) en (1):

$$0,72695 = \frac{1,381 \cdot 10^{-23} J/K \cdot 300K}{1,602 \cdot 10^{-19} C} \ln\left(\frac{Na\, Nd}{(6,822 \cdot 10^{9} cm)^2}\right)$$

$$1,6135 \cdot 10^{12} = \frac{Na\, Nd}{(6,822 \cdot 10^{9})^2}$$

$$7,5092 \cdot 10^{31} cm^{-6} = Na\, Nd$$

$$\frac{7,5092 \cdot 10^{31}}{Nd} = Na \quad (7)$$

Reemplazo en (4)

$$3,6426 \cdot 10^{-15} = 0,72695 V \cdot \varepsilon \left(\frac{\frac{7,5092 \cdot 10^{31}}{Nd} + Nd}{\frac{7,5092 \cdot 10^{31}}{Nd} \cdot Nd}\right)$$

$$Nd^2 - 3,7629 \cdot 10^{17} Nd + 7,5092 \cdot 10^{31} = 0$$

$$N_d \begin{cases} = 3,7608 \cdot 10^{17} cm^{-3} \Rightarrow N_A = 1,9967 \cdot 10^{14} cm^{-3} \\ \cancel{= 1,9986 \cdot 10^{14} cm^{-3} \Rightarrow N_A = 3,7608 \cdot 10^{17} cm^{-3}} \end{cases}$$

observando el gráfico de resistividad en función de dopaje, el resultado correcto debe ser el primero.

(b) Dentro de la aproximación de vaciamiento:

$$Q_j(V) = \sqrt{\frac{2q\, \varepsilon_s\, N_a N_d (\phi_B - V)}{N_a + N_d}} = Q_{j0}\sqrt{1 - \frac{V}{\phi_B}}$$

Nuevamente, el dato de la carga en realidad no es necesario ya que

$$\sigma = q\,(n_0 \mu_n + p_0 \mu_p) \qquad [(\Omega\, cm)^{-1}]$$

y se sabe que para el lado

N: $\sigma_N = 48\,(\Omega cm)^{-1}$

$n_0 = N_D$ (encontrado en el punto (a))

$p_0 = \frac{(n_i)^2}{N_D}$ (podría despreciarse)

P: $\sigma_p = 15{,}36 \cdot 10^{-3}\,(\Omega cm)^{-1}$

$n_0 = \frac{(n_i)^2}{N_A}$ } podría despreciarse

$p_0 = N_A$

$n_i = 6{,}822 \cdot 10^{9}\ cm^{-3}$ en Silicio

De esta manera:

$\sigma_N = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\, C \cdot \mu_n \cdot N_D$

$48\,(\Omega cm)^{-1} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\, C \cdot \mu_n \cdot 4 \cdot 10^{18}\, cm^{-3}$

$$\mu_n \approx 74{,}90 \approx \boxed{75\ \frac{cm^2}{Vs} = \mu_n}$$

$$\sigma_p = 1{,}602 \cdot 10^{-19} C \cdot \mu_p \cdot N_A$$

$$15{,}36 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1} cm^{-1} = 1{,}602 \cdot 10^{-19} C \cdot \mu_p \cdot 2 \cdot 10^{14} cm^{-3}$$

$$479{,}40 \approx \boxed{\mu_p \approx 480 \ \frac{cm^2}{Vs}}$$

De esta manera, se obtienen las movilidades.

---

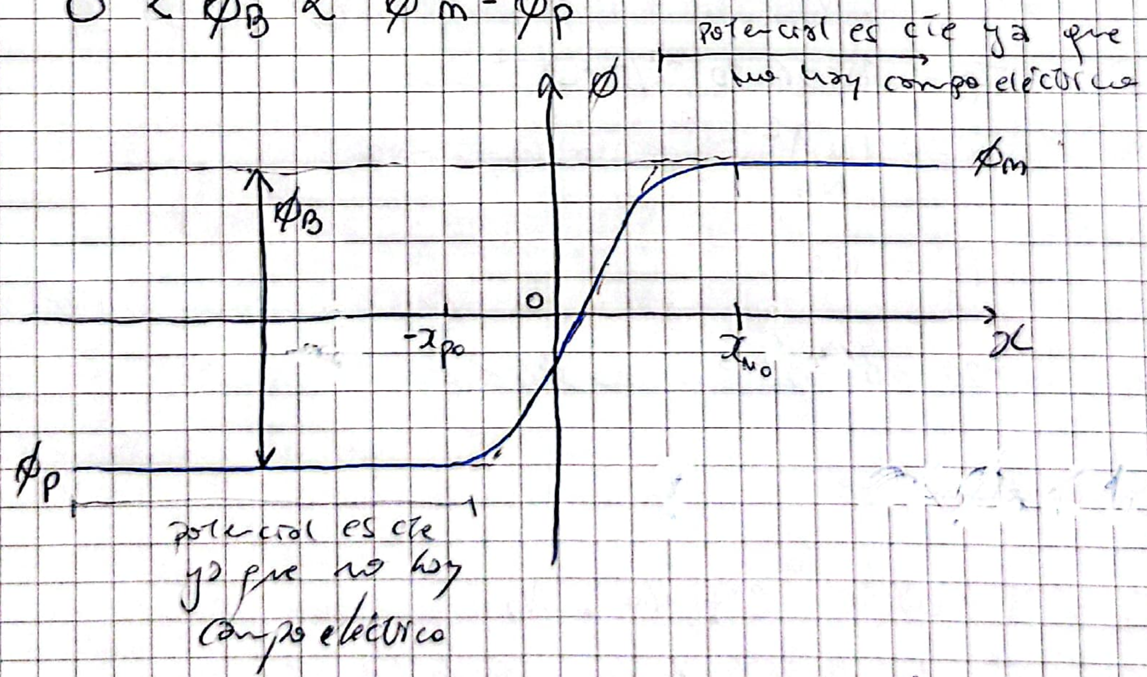
12. Silicio

$N_A = 10^{18} cm^{-3}$

$T = 300K$

a) ϕ_B es potencial eléctrico y es la diferencia de potencial entre ϕ_m y ϕ_p por lo cual sus límites son justamente estos. (siempre es positivo)

$$0 < \phi_B < \phi_m - \phi_p$$



En cuanto a los límites numéricos de ϕ_B, $0 < \phi_B < 1{,}1$ ya que $\pm 550mV$ es la diferencia de potencial máxima que en equilibrio puede alcanzar una región P o N respecto a la intrínseca, entonces la máxima diferencia se obtiene haciendo una región P con $-550mV$

Asamblea

de potencial y una con N con 550mV de potencial, de forma tal que la diferencia de potencial da 1,1V.

¿por qué 550mV es el máximo? Es un hecho experimental, a partir de cierto valor de concentración de dopantes (se podría calcular usando la fórmula que te da el potencial en función de la densidad de dopantes y poniendo 550mV y despejando), aunque aumentes la cantidad de dopantes no crece más de 550mV.

---

b) $|E|(V) = \sqrt{\dfrac{2q(\phi_B - V) N_a N_d}{\varepsilon_s (N_a + N_d)}}$

Dado que desconozco el valor de ϕ_B, pero se en que rango se encuentra ϕ_B, puedo afirmar que:

$$|V| = 45V >> \phi_B \Rightarrow \phi_B + V \approx V$$

* por el punto (a) $0 < \phi_B < 1,1$

De esta manera, reemplazo

$$\left(3 \cdot 10^5 \, V/cm\right)^2 = \frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} C \cdot 45V \cdot 1 \cdot 10^{18} cm^{-3} \, N_d}{11,7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14} F/cm \, (10^{18} cm^{-3} + N_d)}$$

$$\boxed{N_d = 6,5055 \cdot 10^{18} \, cm^{-3}}$$

c) Es evidente, sólo de observar la ecuación, que si aumento el N_D, tal que $N_D << N_A$ (todavía mucho menor), aumentará $|E_0|$, por lo que es una cosa máxima.

13. a) juntura P^+N → fuertemente asimétrica

$N_A >> N_D$

domina el lado menos dopado a la electrostática de la juntura PN

Es decir que:

$$|E_0| \simeq \sqrt{\frac{2 q \phi_B N_d}{\epsilon_s}} \propto \sqrt{N_d}$$

$$10 \cdot 10^3 \, V/cm = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} C \, \phi_B \cdot 4{,}5 \cdot 10^{14} cm^{-3}}{11{,}7 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14} F/cm}}$$

$$\boxed{\phi_B = 0{,}7181 V = 718{,}1 mV}$$

$$\phi_n = V_{th} \ln \frac{n_o}{n_i} \overset{\text{en QNR-N: } n_o = N_D}{=} 25{,}9 mV \ln \left(\frac{4{,}5 \cdot 10^{14} cm^{-3}}{6{,}822 \cdot 10^{9} cm^{-3}} \right) = 0{,}2874 V$$

$$-\phi_p = \phi_B - \phi_n = 0{,}7181 - 0{,}2874 = -V_{th} \ln \frac{p_o}{n_i} \overset{p_o = N_A \text{ en QNR-P}}{=} -25{,}9 mV \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right) \Rightarrow$$

$$\boxed{N_A = 1{,}1374 \cdot 10^{17} cm^{-3}} \Rightarrow \text{se cumple } P^+N$$

b) El |E| de ruptura es el máximo campo eléctrico que puede soportar un medio sin que se rompa el aislamiento.
El dieléctrico hace que el campo eléctrico en el interior de un condensador sea menor que sin dieléctrico.

$$170 \cdot 10^3 \, V/cm = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} C \cdot \phi_B \cdot 4{,}5 \cdot 10^{14} cm^{-3}}{11{,}7 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14} F/cm}} \Rightarrow \phi_B = 207{,}5496 V$$

VALOR ABSURDO!

ϕ_B nunca puede exceder 1,1 V (para una oblea de silicio). Para una juntura PN: $\begin{cases} 0 \leq \phi_n \leq 550 mV \\ 0 \geq \phi_p \geq -550 mV \end{cases}$

$\phi_{B\,max} = \phi_{n\,max} - \phi_{p\,min} = 1{,}1 V << 207 V$

$\hookrightarrow N_D = 10^{20} cm^{-3} \rightarrow \boxed{N_A = 10^{20} cm^{-3}}$ } para $\phi_{B\,max} = 287 - (-550 mV) = 837 mV$

Asamblea

c) Verifico: (en juntura muy asimétrica):

$$170 \cdot 10^{3}\ V/cm > \sqrt{\frac{2 \cdot q\ \phi_B \cdot 10^{17}\ cm^{-3}}{11{,}7 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-14} F/cm}} \Rightarrow 0{,}9339 V > \phi_B$$

$$\phi_m = V_{th} \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 427{,}36\ mV \Rightarrow \phi_p = 506{,}54\ mV > -880\ mV$$

$$-\frac{506{,}54}{1000} = -V_{th} \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right) \Rightarrow \boxed{N_D = 2{,}7263 \cdot 10^{18}\ cm^{-3}} < 1 \cdot 10^{20}\ cm^{-3}$$

valor máximo.

d) El ancho total de la región de carga espacial se define como

$$x_{d0} = x_{n0} + x_{p0} = \sqrt{\frac{2 \epsilon_s \phi_B (N_A + N_d)}{q\ N_A N_d}}$$

Se puede observar que a mayores concentraciones de dopantes x_{d0} disminuirá.

Para obtener la densidad volumétrica de carga

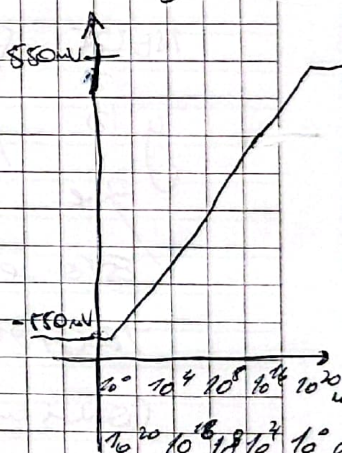
$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -x_{p0} \\ -qN_a & \text{si } -x_{p0} < x < 0 \\ qN_d & \text{si } 0 < x < x_{n0} \\ 0 & \text{si } x_{n0} < x \end{cases}$$

Para obtener el campo eléctrico debo integrar la densidad volumétrica, por lo que, al tener una mayor densidad de carga volumétrica el campo eléctrico será mayor:

$$E(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -x_{p0} \\ -\dfrac{qN_a}{\epsilon_s}(x + x_{p0}) & \text{si } -x_{p0} < x < 0 \\ \dfrac{qN_d}{\epsilon_s}(x - x_{n0}) & \text{si } 0 < x < x_{n0} \\ 0 & \text{si } x_{n0} < x \end{cases}$$

Finalmente, para obtener el potencial eléctrico, integro el campo eléctrico, de forma tal que:

$$\phi(x) = \begin{cases} \phi_p & \text{si } x < -x_{p0} \\ \dfrac{qN_a}{2\epsilon_s}(x + x_{p0})^2 + \phi_p & \text{si } -x_{p0} < x < 0 \\ -\dfrac{qN_d}{2\epsilon_s}(x - x_{n0})^2 + \phi_m & \text{si } 0 < x < x_{n0} \\ \phi_m & \text{si } x_{n0} < x \end{cases}$$

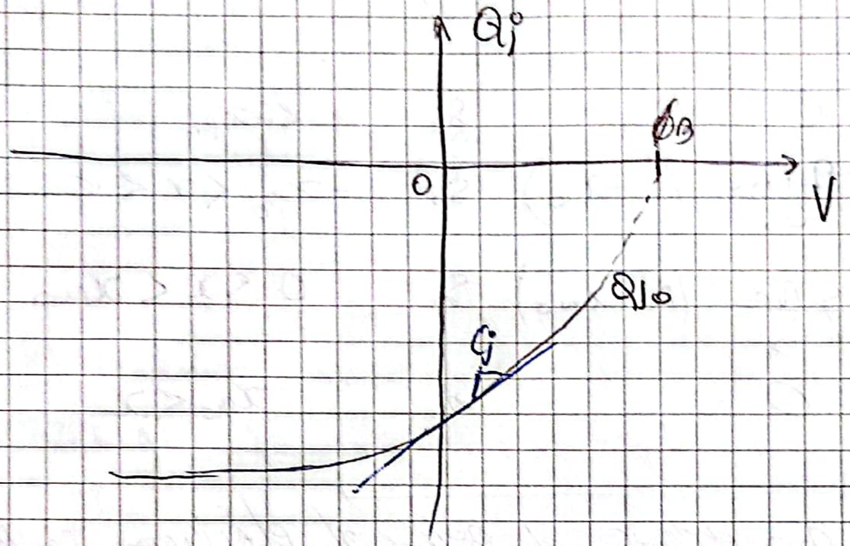


De esta manera, cuanto menor sea x, $(x+x_{p0})$ y $(x-x_{n0})$ serán mayores, es decir, que el potencial en menor distancia implicará un mayor campo eléctrico, siempre y cuando la concentración de portadores vaya en aumento y se mantenga el potencial.

14. (a) La capacidad es la pendiente de la curva Q_j Vs. V, es decir:

$$C_j = \frac{dQ_j}{dV}$$

Gráfico cualitativo.



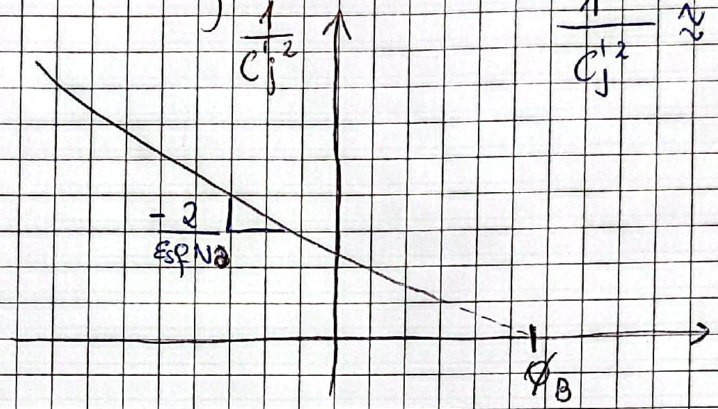
Notar que la curva se va haciendo horizontal y la pendiente es cada vez menor a medida que el potencial disminuye.
Esto se debe a que al aumentar la tensión inversa, la zona desértica SCR (zona de vaciamiento) comienza a disminuir puesto que se modifica el dipolo de carga en la zona desierta (SCR) de modo de compensar el potencial forzado externamente.

Asamblea

(b) ϕ_B corta el eje horizontal.
Se da cuando $\varphi_j(V) = 0 \Rightarrow \phi_B = V$

Con los valores de la tabla se puede hacer una recta tal que: (juntura PN+)

$$\frac{1}{C_j'^2} \approx \frac{2(\phi_B - V)}{q\epsilon_s N_a}$$



$$Y - Y_1 = \frac{Y_2 - Y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$C_j - 3,6 = \frac{2,6 - 3,6}{-2-(-1)}(V-(-1))$$

$$C_j = V + 1 + 3,6$$

$$\boxed{C_j = V + 4,6}$$

15. 2)

b)